

Compensación adaptable de fricción dinámica en robots manipuladores

Juan C. Martínez-Rosas * y Luis Alvarez-Icaza **

Instituto de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México
04510 Coyoacán DF, México

Resumen Se presenta un modelo novedoso para describir la fricción articular en un robot industrial. Este modelo es una extensión del modelo de fricción dinámica LuGre. El efecto Stribeck es modelado con una ecuación diferencial no lineal de primer orden. La principal ventaja de la nueva descripción radica en la posibilidad de identificar todos los parámetros relevantes de fricción en línea. La validez del esquema adaptable de compensación de fricción dinámica es verificada mediante resultados experimentales.

Palabras clave Modelos de fricción dinámica; Fricción de Coulomb; Efecto Stribeck; Modelo de fricción LuGre.

1. Introducción

La fricción dinámica es un fenómeno físico inevitable que tiene comportamientos no lineales complejos que deterioran el desempeño de servomecanismos de alta precisión. Para obtener una compensación adecuada de fricción, es importante contar con un modelo de fricción conveniente [9] que prediga la fricción real y comande una acción de control opuesta para una eficiente compensación [16,18]. Uno de los cambios más importantes en control orientado en modelos de fricción se enfoca a que estos sean tan simples como sea posible, para describir los fenómenos básicos que induce la fricción durante un movimiento [8]. Un paso importante en esta dirección es el modelo de fricción introducido en [2], donde los autores presentan un modelo dinámico de primer orden junto con una ecuación de salida para describir la fuerza de fricción en una región de contacto entre dos cuerpos. La principal ventaja de éste y otros modelos de fricción dinámica en la literatura ¹ radica en su habilidad para reproducir un comportamiento de histéresis y el llamado “efecto Stribeck” que explica la transición de fricción estática a fricción dinámica. Se han realizado intentos para proponer esquemas de adaptación en línea para modelos de fricción dinámica. En [9,6,7,10,11] se

* Postdoctorado, jmartinezr@iingen.unam.mx

** Profesor y corresponsal, alvar@pumas.iingen.unam.mx

¹ Ver, por ejemplo, [1,3,4,5].

presentan esquemas para adaptar los parámetros del modelo de fricción dinámica introducidos en [2]. El número de parámetros sujetos a adaptación cambia en cada caso, pero en todos ellos, se tiene que asumir el conocimiento de algunos parámetros. En este artículo se propone un nuevo modelo de fricción dinámica que extiende al presentado en [2]. La principal diferencia en la nueva descripción con respecto a [2], es en la descripción del efecto Stribeck, el cual ahora es modelado con una ecuación diferencial no lineal de primer orden. La fricción de Coulomb y el comportamiento de histéresis son de igual manera modelados con una ecuación diferencial no lineal de primer orden. Esto tiene como resultado un modelo de fricción dinámica de segundo orden que intuitivamente preserva y reproduce un comportamiento de estado pseudo-estacionario y ofrece las mismas propiedades de entrada-salida del modelo previo. La principal ventaja de esta nueva representación con respecto a otros modelos de fricción dinámica radica en la posibilidad de identificar todos los parámetros relevantes que caracterizan la fricción.

2. Modelo de fricción dinámica

El modelo de fuerza de fricción dinámica tiene la siguiente estructura

$$F = \sigma_0 F_c z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q} + (F_s - F_c)y + \alpha \dot{y}, \quad (1)$$

donde $F_c > 0$ es el coeficiente de fricción de Coulomb, $F_s > 0$ es el coeficiente de fricción estática, $\sigma_i > 0$; $i = 0, 1, 2$ son constantes que pueden ser interpretadas como parámetros de rigidez o amortiguamiento viscoso. En este modelo z y y son los estados internos del modelo de fricción, el estado z está relacionado con la fricción de Coulomb y el estado y se relaciona con el efecto Stribeck. La dinámica de z y y esta dada por

$$\dot{z} = \dot{q} - \sigma_0 |\dot{q}| z, \quad (2)$$

$$\dot{y} = -y + \text{sign}(\dot{q}) e^{-n|\dot{q}|^m}, \quad (3)$$

donde $\dot{q}$ es la velocidad relativa de las superficies en contacto, m es una cantidad conocida², $\alpha > 0$ es una constante y $n = |1/\dot{q}_s|^m$, con $\dot{q}_s$ es la velocidad Stribeck. La ecuación (1) presenta ligeras modificaciones con respecto al modelo presentado en [8]. La ecuación (3), y los términos $(F_s - F_c)y$ y $\dot{y}$ en (1) representan el proceso transitorio en el deslizamiento de la unión de contacto que va desde un estado de máxima deflexión sin deslizamiento a un estado de deslizamiento completo. Este proceso transitorio está detrás del efecto Stribeck. Sustituyendo (2) y (3) en (1) se obtiene

$$F = \sigma_0 F_c z + \sigma_1 \dot{q} - \sigma_0 \sigma_1 |\dot{q}| z + \sigma_2 \dot{q} + (F_s - F_c)y + \alpha \left[-y + \text{sign}(\dot{q}) e^{-n|\dot{q}|^m} \right]. \quad (4)$$

² La literatura se refiere al uso de $m = 1/2$ o $m = 2$.

Para calcular la respuesta en estado pseudo-estacionario, se fija $\dot{q}$ y se coloca $\dot{z} = 0$ y $\dot{y} = 0$, entonces el equilibrio para (2) y (3) es

$$\bar{z} = \frac{1}{\sigma_0} \text{sign}(\dot{q}), \quad \bar{y} = \text{sign}(\dot{q}) e^{-n|\dot{q}|^m}. \quad (5)$$

La sustitución de (5) en (4) con $\dot{z} = 0$ y $\dot{y} = 0$ resulta en

$$F = F_c \text{sign}(\dot{q}) + (F_s - F_c) \text{sign}(\dot{q}) e^{-n|\dot{q}|^m} + \sigma_1 \dot{q}, \quad (6)$$

lo cual coincide con la solución en estado estacionario presentada en [2].

3. Propiedades de Pasividad

Las propiedades de pasividad del modelo de fricción en (1)-(3) son establecidas por

Proposition 1. Si $F_s \geq F_c$, el sistema dinámico en (1)-(3) define un operador estrictamente pasivo $\Sigma : \mathcal{L}_{2e} \rightarrow \mathcal{L}_{2e} : \dot{q} \rightarrow F$, esto es, a lo largo de las soluciones de (1)-(3) con condiciones iniciales cero, es decir $I(0, T) = \int_0^T \dot{q} F dt > 0$.

Prueba

$$I(0, T) = \int_0^T \dot{q} F dt = \int_0^T (\sigma_0 F_c z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q} + (F_s - F_c) y + \alpha \dot{y}) \dot{q} dt. \quad (7)$$

que puede ser descompuesto como $I(0, T) = I_1(0, T) + I_2(0, T) + I_3(0, T) + I_4(0, T)$.

Donde $I_1(0, T) = \int_0^T (\sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q}) \dot{q} dt$, $I_2(0, T) = \sigma_0 F_c \int_0^T z \dot{q} dt$, $I_3(0, T) = \alpha \int_0^T \dot{y} \dot{q} dt$, $I_4(0, T) = (F_s - F_c) \int_0^T y \dot{q} dt$.

Si las condiciones iniciales satisfacen $z(0) = y(0) = 0$, entonces es posible acotar z y y mediante

$$|z| \leq \frac{1}{\sigma_0}, \quad |y| \leq e^{-n|\dot{q}|^m}. \quad (8)$$

Tomando ahora $I_1(0, T)$, sustituyendo (2) y usando (8) se consigue

$$I_1(0, T) = \int_0^T (\sigma_1 \dot{q} - \sigma_0 \sigma_1 |\dot{q}| z + \sigma_2 \dot{q}) \dot{q} dt \geq \int_0^T (-\sigma_1 + \sigma_1 + \sigma_2) \dot{q}^2 dt > 0. \quad (9)$$

Para $I_2(0, T)$, usando $z(0) = 0$, (2) y (8) obtiene

$$I_2(0, T) = \sigma_0 F_c \int_0^T z (\dot{z} - \sigma_0 |\dot{q}| z) dt = \frac{\sigma_0 F_c}{2} z^2(T) + \sigma_0^2 F_c \int_0^T z^2 |\dot{q}| dt > 0. \quad (10)$$

Para el caso de $I_3(0, T)$, se toma (3) y (8) para obtener

$$I_3(0, T) = \alpha \int_0^T (-\dot{y} + \text{sign}(\dot{q}) e^{-n|\dot{q}|^m}) \dot{q} dt \geq \alpha \int_0^T (-\dot{q} + |\dot{q}|) e^{-n|\dot{q}|^m} dt \geq 0. \quad (11)$$

Finalmente, para $I_4(0, T)$, se considera primero el caso para $\dot{q} \neq 0$, entonces se usa (3) para conseguir $\dot{q} = \frac{\dot{y}+y}{e^{-n|\dot{q}|^m}}|\dot{q}|$. Sustituyendo esto en $I_4(0, T)$, usando (8) y $y(0) = 0$ se consigue

$$\begin{aligned} I_4(0, T) &= (F_s - F_c) \int_0^T \frac{\dot{y}+y}{e^{-n|\dot{q}|^m}} y |\dot{q}| dt \geq (F_s - F_c) \left\{ \int_0^T y \dot{y} |\dot{q}| dt + \int_0^T y^2 |\dot{q}| dt \right\} \\ &\geq (F_s - F_c) \left\{ |\dot{q}_{min}| y(T)^2 + \int_0^T y^2 |\dot{q}| dt \right\} \geq 0, \end{aligned}$$

con $|\dot{q}| \leq |\dot{q}_{min}|$ donde $\dot{q} \neq 0$ y asumiendo que $F_s \geq F_c$. El otro caso, $\dot{q} = 0$, implica directamente $I_4(0, T) = 0$. Finalmente si $F_s \geq F_c \Rightarrow I(0, T) = I_1(0, T) + I_2(0, T) + I_3(0, T) + I_4(0, T) > 0$. Esta prueba ha usado la estructura presentada en [12].

4. Esquema de identificación

En esta sección se presenta una estructura para propósitos de identificación. Asumiendo el conocimiento del parámetro n , lo que implica que la velocidad Stribeck también es conocida³ se puede escribir la fuerza con una estructura lineal en los parámetros como

$$F = U_1 P_1, \quad (12)$$

donde

$$U_1 = [z, -|\dot{q}|z, \dot{q}, y, \dot{y}], \quad P_1 = [\sigma_0 F_c, \sigma_0 \sigma_1, \sigma_1 + \sigma_2, F_s - F_c, \alpha]. \quad (13)$$

5. Control adaptable de robots con fricción dinámica

En esta sección es diseñado un controlador adaptable para robots manipuladores con compensación de fricción dinámica. La dinámica de un robot manipulador de n -grados de libertad [15] es descrita mediante.

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau - F, \quad (14)$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ es el vector de coordenadas articulares generalizadas, $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia simétrica positiva definida, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de Coriolis y fuerzas centrífugas, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerza gravitacional, $F = [F_1 \dots, F_n] \in \mathbb{R}^n$ son las fuerzas de fricción actuando de manera independiente en cada articulación⁴, cada uno de ellos estructurado de acuerdo a (12), $\tau \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares actuando en las articulaciones. El modelo del robot (14) tiene las siguientes propiedades bien conocidas [14]:

- 1) Existen constantes positivas μ_1 y μ_2 tales que $\mu_1 I_n \leq H(q) \leq \mu_2 I_n$.

³ Esta suposición puede ser fácilmente relajada, tal como se muestra en [8]

⁴ $F = U_1 P_1$ es el vector formado por (12).

- 2) La matriz $\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es anti-simétrica.
- 3) $C(q, x)y = C(q, y)x$.
- 4) El modelo del robot (14) puede ser parametrizado como $H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + F = U_2(q, \dot{q}, \ddot{q})P_2$,

donde $P_2 \in \mathbb{R}^l$ contiene los parámetros desconocidos del manipulador y la matriz del regresor $U_2(q, \dot{q}, \ddot{q})$ contiene las funciones conocidas. Considerando que los estados en (2) y (3) no pueden ser medidos y por consiguiente deben de ser estimados. El siguiente observador adaptable es propuesto para estimar z , y y los parámetros del modelo $P = [P_1, P_2]^T$, usando el regresor $U = [U_1, U_2]$

$$\dot{\hat{z}} = \dot{q} - \hat{\sigma}_0 |\dot{q}| \hat{z}, \quad (15a)$$

$$\dot{\hat{y}} = -\hat{y} + \text{sign}(\dot{q})e^{-n|\dot{q}|^m}, \quad (15b)$$

$$\dot{\hat{P}} = -\Gamma \hat{U}^T s, \quad (15c)$$

donde $\hat{\bullet}$ denota el estimado de $\bullet$, con la excepción de $\hat{U} = [\hat{U}_1, U_2]$, $\Gamma = \Gamma^T > 0$ es una matriz ⁵. Definiendo las siguientes señales de error $\tilde{z} = \hat{z} - z$, $\tilde{y} = \hat{y} - y$, $\tilde{P} = \hat{P} - P$, $\tilde{F} = \hat{F} - F$ como el error de fricción y s se define posteriormente. Para diseñar la ley de control, se considera el modelo (14) y define el error de seguimiento dado por $\tilde{q} \triangleq q - q_{di}$, donde q_{di} es una trayectoria deseada acotada suave. Otras definiciones son $\dot{\tilde{q}}_r = \dot{q}_{di} - \Lambda \tilde{q}$ y $s = \dot{\tilde{q}} - \dot{\tilde{q}}_r$, donde $\Lambda_i = k_i I \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ con $k_i > 0$. El controlador propuesto está entonces dado por

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{\tilde{q}}_r + \hat{C}(q, \dot{\tilde{q}}_r)\dot{\tilde{q}}_r + \hat{g}(q) + \hat{F} - K_D s, \quad (16)$$

donde $K_D \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ es una matriz diagonal positiva definida.

Proposition 2. Considere el sistema dinámico (14), el observador adaptable (15) y la ley de control (16) entonces el error de seguimiento $\tilde{q}$, los errores de observación $\tilde{z}$, $\tilde{y}$ y las señales s , $\hat{U}\tilde{P}$ tenderán asintóticamente a cero.

Prueba Si el sistema dinámico de error esta dado por

$$\dot{\tilde{z}} = -|\dot{q}| \tilde{z}, \quad (17a)$$

$$\dot{\tilde{y}} = -\tilde{y} \quad (17b)$$

$$\begin{aligned} \hat{U}\dot{\tilde{P}} - U\dot{P} &= \hat{U}_1\dot{\tilde{P}}_1 - U_1\dot{P}_1 + U_2\dot{\tilde{P}}_2 \\ &= \hat{U}_1\tilde{P}_1 + \tilde{U}_1P_1 + U_2\tilde{P}_2. \end{aligned} \quad (17c)$$

Considere la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}s^T H(q)s + \frac{1}{2}\tilde{P}^T \Gamma^{-1}\tilde{P} + \frac{\gamma_1}{2}\tilde{z}^2 + \frac{\gamma_2}{2}\tilde{y}^2, \quad (18)$$

⁵ Notar que ha sido introducido un ligero cambio en la manipulación del coeficiente α el cual no cambia las propiedades del modelo

con $\gamma_i > 0$ una ganancia escalar. El siguiente paso es calcular la derivada de la función candidata de Lyapunov en (18) a lo largo de (17), la cual puede ser mostrada para satisfacer

$$\dot{V} = s^T H(q) \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{H}(q) s + \gamma_1 \tilde{z} \dot{\tilde{z}} + \gamma_2 \tilde{y} \dot{\tilde{y}} + \tilde{P}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{P}}. \quad (19)$$

Después de sustituir la ley de control propuesta (16) en (19), con $\dot{s} = \ddot{q} - \ddot{q}_r$, usando las propiedades 2 y 3 y realizando algunas manipulaciones, es posible obtener

$$\dot{V} = -\tilde{P}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{P} + s^T \tilde{U}_1 P_1 + \gamma_1 \tilde{z} \dot{\tilde{z}} + \gamma_2 \tilde{y} \dot{\tilde{y}} - s^T K_D s, \quad (20)$$

donde los términos $\tilde{U}_1 P_1$ en (20) pueden ser descompuestos como

$$\tilde{U}_1 P_1 = [p_{1_1} - p_{1_2} |\dot{q}|] \tilde{z} + [p_{1_4} - p_{1_5}] \tilde{y} = v_1 \tilde{z} + v_2 \tilde{y}. \quad (21)$$

La sustitución de (21) dentro de (20) lleva a

$$\dot{V} = -\tilde{P}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{P} s^T v_1 \tilde{z} + s^T v_2 \tilde{y} + \gamma_1 \tilde{z} \dot{\tilde{z}} + \gamma_2 \tilde{y} \dot{\tilde{y}} - s^T K_D s, \quad (22)$$

realizando manipulaciones en (22) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & |v_1| \|s\| \|\tilde{z}\| + |v_2| \|s\| \|\tilde{y}\| - \gamma_1 \|\tilde{z}\|^2 \\ & - \gamma_2 \|\tilde{y}\|^2 - k_D \|s\|^2 - \tilde{P}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{P}. \end{aligned} \quad (23)$$

con k_D como el mínimo valor propio de K_D . El siguiente paso es seleccionar las ganancias para garantizar que $\dot{V} \leq 0$. Es posible proponer $k_D = 2 + \delta$, $\gamma_2 = \frac{1}{4} v_2^2 + \delta$ y $\gamma_1 = \frac{1}{4} v_1^2 + \delta$ para completar la función cuadrada, con $\delta > 0$. Así, (23) llega a ser negativa semidefinida, i.e.,

$$\dot{V} \leq -\delta \|s\|^2 - \delta \|\tilde{y}\|^2 - \delta \|\tilde{z}\|^2 - \tilde{P}^T \hat{U}^T \hat{U} \tilde{P} \leq 0. \quad (24)$$

Usando el Lema de Barbalat [13] es posible demostrar que conforme $t \rightarrow \infty$

$$\tilde{z} \rightarrow 0, \tilde{y} \rightarrow 0, s \rightarrow 0, \hat{U} \tilde{P} \rightarrow 0$$

6. Resultados experimentales

Se llevaron a cabo los experimentos para demostrar el desempeño del modelo de fricción dinámica aquí presentado. Para tal propósito se utilizó un robot industrial (ver Fig. 2(a)) que se encuentra en el Laboratorio de Robótica de la Universidad Nacional Autónoma de México. El robot es el A465 de *CRS Robotics*. El esquema de control ha sido programado en una computadora Pentium IV, con un tiempo de muestreo de 8 ms. Únicamente las tres primeras tres articulaciones del robot se usaron para los experimentos. Cada articulación es

actuada mediante un motor de CD. Para implementar la ley de control (16), los pares fueron convertidos a voltajes mediante el uso de constantes apropiadas [17]. Se llevaron a cabo dos experimentos para probar la compensación dinámica de fricción. La primera tarea consistió en el seguimiento de una trayectoria deseada y la segunda en regular una posición fija en el espacio articular. Para propósitos de comparación, cada experimento adaptable se realizó con y sin compensación dinámica de fricción. La trayectoria utilizada para seguimiento está dada por

$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} ((k_1 + k_2) \sin(fw_1 t))(1 - e^{K_{e1} t^3}) \\ ((k_3 + k_4) \sin(fw_2 t))(1 - e^{K_{e2} t^3}) \\ ((k_5 + k_6) \sin(fw_3 t))(1 - e^{K_{e3} t^3}) \end{bmatrix} \quad (25)$$

con $k_1 = 0, k_2 = ,174, k_3 = 0, k_4 = ,174, k_5 = 0,349, k_6 = -0,261, k_{e1} = k_{e2} = k_{e3} = 0,1, fw_1 = fw_2 = fw_3 = 0,5, \Lambda = \text{diag}\{35, 35, 35\}, K_D = \text{diag}\{30, 30, 30\}$. Para el caso de regulación la selección fue $\mathbf{q}_d(t) = [0,03, 0,03, 0,03]^T$. Las Figs. 1(a) y 2(b) ilustran las trayectorias deseadas. Las Fig. 1(a) y 2(c) muestran los errores de seguimiento en ambos casos en las tres articulaciones del robot. La Fig. 2(c) incluye una comparación de la compensación de fricción usando el modelo original de LuGre [2]. Se puede observar que los errores de seguimiento con compensación de fricción son reducidos significativamente en ambos casos, superando al controlador sin adaptación de fricción y el modelo en [2]. Las Figs. 2(e) y 2(f) muestran la evolución en el tiempo de los parámetros de fricción estimados. Las Figs. 1(b) y 2(d) muestran la estimación de los estados de fricción internos $\hat{z}$ y $\hat{y}$ cuando la fricción adaptable está activa. Los resultados experimentales confirman el buen comportamiento del esquema adaptable propuesto. Esto es particularmente notable para la tarea de regulación, donde claramente la trayectoria deseada no tiene excitación persistente.

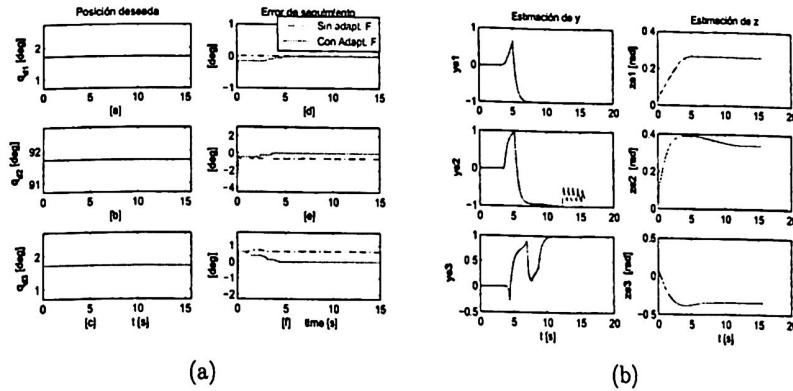


Figura 1. Resultados experimentales para regulación. a) Posición deseada y errores de seguimiento, b) Estimado de y y z

Cuadro 1. Resultados comparativos de los experimentos de seguimiento

Controlador	Promedio $\mathcal{L}[\tilde{q}] = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \ \tilde{q}\ ^2 dt}$
$\dots + \tilde{F} - K_D s$	0.1681 [deg]
$\dots - K_D s$	1.0413 [deg]
$\dots + \tilde{F}_{Lugre} - K_D s$	0.9366 [deg]

El Cuadro 1 muestra la raíz cuadrática media –RMS– de la norma euclidiana truncada para el error de posición durante un tiempo T obtenidos en los experimentos. Como puede apreciarse, los resultados mostrados con adaptación de fricción superan con amplio margen a los resultados obtenidos sin adaptación de fricción y a los obtenidos con el modelo Lugre.

7. Conclusiones

Es presentado un modelo novedoso de fricción dinámica para compensación de fricción articular en robots industriales. La principal diferencia en el modelo aquí presentado con respecto a [2], radica en la descripción del efecto Stribeck, el cual ahora es modelado con una ecuación diferencial no lineal de primer orden. El modelo resultante es un modelo de fricción dinámico de segundo orden que reproduce el comportamiento de estado pseudo-estacionario y ofrece las mismas propiedades de entrada-salida del modelo original. La principal ventaja de esta nueva representación con respecto a otros modelos de fricción dinámica se centra en la posibilidad de identificar todos los parámetros relevantes de fricción en tiempo real mediante el uso de algoritmos de adaptación de parámetros estándar. Esto es particularmente importante para aplicaciones de control de fricción en tiempo real, donde los parámetros cambian con el tiempo debido a factores externos o variaciones en las condiciones de operación. Se llevaron a cabo experimentos en un robot comercial para probar el enfoque propuesto. Los resultados confirman la factibilidad de operación en línea de este esquema de compensación de fricción dinámica. Los resultados experimentales obtenidos pueden ser considerados muy buenos en seguimiento y regulación.

8. Agradecimientos

Investigación patrocinada mediante convenio CONACYT 47583 y UNAM-DGAPA-PAPIIT IN117108. El primer autor también agradece por las facilidades y apoyo del Laboratorio de Robótica del Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y al Consejo Técnico de la Investigación Científica de la UNAM.

Referencias

1. B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. Canudas, "A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction," *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp. 1083–1138, 1994.

2. Canudas de Wit, C., Olsson, H., Åström, K. J., and Lischinsky, P., "A new model for control of systems with friction," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 3, pp. 419–425, 1995.
3. Y. Wen, "Method for random vibration of hysteretic systems," *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, vol. 102, no. EM2, pp. 249–263, 1976.
4. Choi, S.B., Lee, S.K., Rakheja, S., and Sun, C.Y., "A hysteresis model for the field-dependent damping force of a magnetorheological damper," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 2, no. 245, pp. 375–383, 2001.
5. Sain, M.P., Sain, M.K., and Spencer, B.F., "Models for hysteresis and application to structural control," in *Proceedings of the American Control Conference, Albuquerque, New Mexico*, 1997, pp. 16–20.
6. C. Canudas and R. Horowitz, "Observers for tire/road contact friction using only wheel angular velocity information," in *Proceedings of the 1999 Conference on Decision and Control*, 1999, pp. 3932–3937.
7. J. Yi, L. Alvarez, X. Claeys, and R. Horowitz, "Tire/road friction estimation and emergency braking control using dynamic friction model," 2002, accepted for publication on *Vehicle System Dynamics*.
8. L. Alvarez-Icaza and R. Jiménez-Fabián, *An identifiable control-oriented dynamic friction model* 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems, pp. 419–426, 2007.
9. Canudas de Wit, C. and Lischinsky, P., "Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 11, pp. 65–80, 1997.
10. J. Yi, L. Alvarez, and R. Horowitz, "Adaptive emergency braking control with underestimation of friction coefficient," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, pp. 381–392, 2002.
11. J. Yi, L. Alvarez, R. Horowitz, and X. Claeys, "Emergency braking control with an observed-based dynamic tire/road friction model and wheel angular velocity measurement," *Journal of Vehicle Systems Dynamics*, vol. 39, no. 2, pp. 81–97, 2003.
12. N. Barabanov and R. Ortega, "Necessary and sufficient conditions for passivity of the LuGre friction model," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 4, pp. 830–832, 2000.
13. H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 2nd ed. USA: Prentice-Hall, 1996.
14. M. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, Wiley, New York 1989.
15. E. Panteley and R. Ortega and M. Gäfvert, *An adaptive friction compensator for global tracking in robot manipulators* *System and Control Letters*, vol. 33, pp. 307–313, 1998.
16. J. Moreno and R. Kelly and R. Campa, *On velocity control using friction compensation* *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, Nevada USA*, pp. 95–100, 2002.
17. J. Gudiño-Lau and M. A. Arteaga, *Dynamic model and simulation of cooperative robots: a case study* *Robotica*, vol. 23, pp. 615–624, 2005.
18. J. C. Martínez-Rosas and M. A. Arteaga and L. R. Sagredo, *Caracterización de fricción en los robots industriales CRS: A465 y A255* Congreso Nacional de la AMCA, México, 2005.

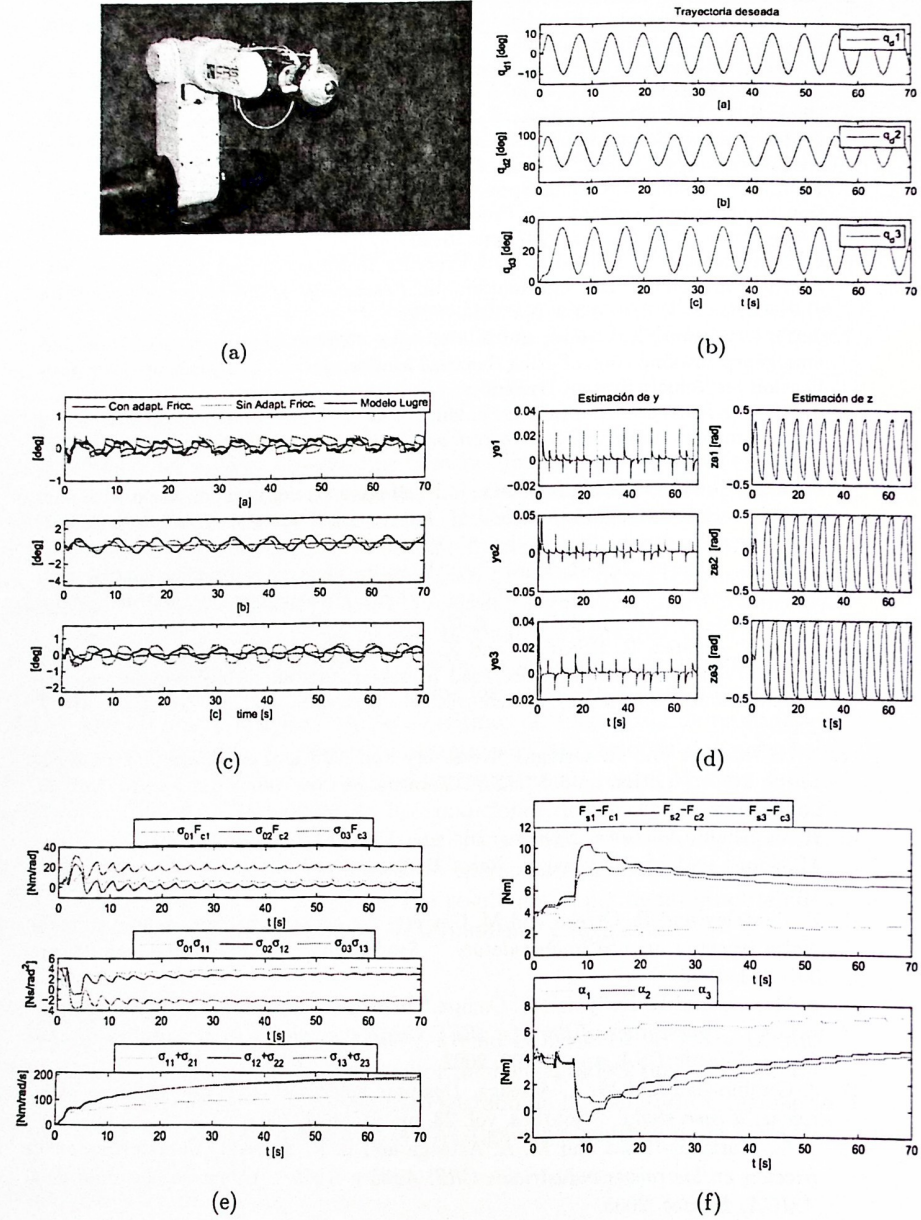


Figura 2. Resultados experimentales para seguimiento. a) Robot CRS A465, b) Trayectorias deseadas, c) Errores de seguimiento, d) Estimado de y y z , d) Estimado de los parámetros de fricción $[\sigma_{0i}F_{ci}, \sigma_{0i}^2, \sigma_{0i} + \sigma_{2i}]^T$ e) Estimado de parámetros de fricción $[F_{si} - F_{ci}, \alpha_i]^T$.